



2º CONGRESSO BRASILEIRO DE P&D EM PETRÓLEO & GÁS

MODELAGEM ACÚSTICA USANDO PARAMETRIZAÇÕES EM BLOCO E POLINOMIAL TRIGONOMÉTRICA

Roberto Hugo Melo dos Santos & Wilson Mouzer Figueiró

CPGG - Instituto de Geociências - Universidade Federal da Bahia
40170-290 – Federação – Salvador – BA - Brasil
rhms@cpgg.ufba.br e figueiro@cpgg.ufba.br

Resumo – O algoritmo desenvolvido neste trabalho foi baseado no método das diferenças finitas aplicado à equação da onda, assumindo que a terra se comporta como um meio acústico.

A modelagem sísmica foi implementada numericamente através do método de diferenças finitas (MDF), empregando malhas regulares, utilizando a equação acústica da onda em meios 2-D. Ele é implementado usando-se operadores de diferenças finitas de segunda ordem nas derivadas temporais e quarta ordem nas derivadas espaciais. Os modelos geológicos bidimensionais foram representados por dois tipos distintos de parametrizações: a em bloco (PB) e a polinomial trigonométrica (PPT).

Com o objetivo de ressaltar as vantagens de se utilizar a PPT frente a PB, principalmente no que diz respeito a economia de espaço de memória no programa de diferenças finitas e simplificações das equações nas estratégias de inversão, foram apresentadas simulações da propagação de ondas em vários modelos representados por diferentes parametrizações (PB e PPT) usando MDF aplicado a equação da onda e gerando sismogramas sintéticos que são comparados entre si.

Como resultado deste trabalho podemos destacar a grande economia de espaço de memória do computador, na PPT todo o modelo fica definido pelos coeficientes do polinômio que passa a ser os parâmetros do modelo, e a PPT simplifica a representação de modelos mais complicados.

Abstract – The developed algorithm in this work was based on the finite difference method applied to the wave equation, assuming that the Earth has an acoustic behavior.

The seismic modeling was implemented numerically by means of the finite differences method (MDF), employing regular nets, and applied to the derivatives of time and fourth order to derivatives of the space. Two-dimensional geological models was represented by two distinct kind of parametrizations: in blocs (PB) and using trigonometric polynomials (PPT).

With the objective of jumping the advantages of using the PPT front PB, mainly in what it tells respect the economy of space of memory in program of finite difference and simplification of the equation in the inversion strategies, simulations of the propagation of waves ware presented in several models acted by different parametrizations (PB and PPT) using applied MDF the equation of the wave and generating synthetic sismogramas that they are compared amongst themselves.

As a result of this work we can detach the great economy of space of memory in the use of PPT, in whole PPT the model is defined for the coefficients of the polynomial that start to be the parameters of the model, and PPT simplifies the representation of more complicated models.

1. Introdução

A modelagem sísmica numérica: é vista como a resolução do problema direto em sua formulação sísmica, participa dos procedimentos de inversão sísmica que requer uma teoria para a simulação de ondas sísmicas, é útil nos processos de migração, pode ser utilizada na interpretação sísmica de regiões com geologia complexa, e gera dados para teste de algoritmos de processamento.

Tradicionalmente, utiliza-se simplificações das equações da onda, tais como: aproximações assintóticas e linearizações. A teoria do raio (Cerveny, Molotov e Psencik, 1977; Keller, 1962) tem como base a equação eiconal, que é uma aproximação de alta frequência (ótica geométrica), sendo inadequada quando o meio é altamente heterogêneo, apresentando problemas em modelos contendo interfaces com variação abrupta de curvatura (Torey, 1970; Hilterman, 1970). Entretanto, com base no teorema de Green, gera resultados mais abrangentes, sendo útil para a modelagem de reflexões específicas (eventos). Métodos espectrais apresentam limitações para modelos com geometria complexa que apresentam fortes gradientes de propriedades físicas, como acontece em contatos de litologias distintas.

O uso do método de diferenças finitas (MDF) (Alterman e Karal, 1968; Ottaviane, 1971) permite o desenvolvimento de técnicas, com base na equação da onda, nas quais a geometria dos modelos não aproximadas e nem limitadas. Desta forma, o método leva em conta não apenas as ondas diretas e refletidas (primárias e múltiplas), mas, também, ainda ondas: superficiais, refratadas, convertidas, difratadas, refletidas criticamente, e ondas observadas nas zonas de sombra da teoria do raio. O MDF permite, ainda, a obtenção de fotografias (“snapshots”) do campo de ondas, em qualquer instante da propagação, sem qualquer custo adicional.

O MDF usa uma discretização do meio e, conseqüentemente, discretiza o campo de onda (amplitudes) que o atravessa, usando uma malha de pontos. Esse método aproxima as derivadas espaciais e temporais obtidas por uma expansão de Taylor truncada, usando pontos vizinhos em diferenças ponderadas, Thedy (1995). Seus resultados, tão precisos quanto desejado, apresentam acurácia muito superior em comparação aos outros métodos de modelagem sísmica.

2. Equação Acústica da Onda

Para os objetivos deste trabalho, é suficiente considerar modelos representativos de meios acústicos. Pois, características distintivas observadas no uso de diferentes parametrizações na representação de modelos simples, tendem a acentuarem-se quando o grau de complicação do modelo aumenta.

A equação da onda de pressão é dada por:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \ln(\mathbf{r}) \cdot \vec{\nabla} p. \quad (2.1)$$

Se o meio possuir densidade constante a equação (2.1) se reduz a

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (2.2)$$

Para uma discussão mais detalhada sobre a validade de (2.2) ver Berkhout (1984).

3. Método de Diferenças Finitas

3.1. Fundamentos

Para substituir uma equação diferencial por uma equação que envolva somente diferenças e quocientes finitos, que é o cerne do método, é necessário obter expressões que permitam calcular numericamente as derivadas. Isto pode ser feito via a série de Taylor.

Através da série de Taylor para uma função $u=u(x)$, podemos escrever:

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \Delta x u^{(1)}(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} u^{(2)}(x) + \frac{(\Delta x)^3}{3!} u^{(3)}(x) + \dots, \quad (3.1)$$

$$u(x - \Delta x) = u(x) - \Delta x u^{(1)}(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} u^{(2)}(x) - \frac{(\Delta x)^3}{3!} u^{(3)}(x) + \dots \quad (3.2)$$

Podemos obter a derivada segunda somando-se (3.2) com (3.1) e explicitando $u^{(2)}(x)$, assim:

$$u^{(2)}(x) = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} \quad (3.3)$$

3.2. Operadores de Diferenças Finitas

Assim como Muft; Pita e Huntlay (1996), neste trabalho, as derivadas espaciais são aproximadas por expressões obtidas por expansões de quarta ordem da série de Taylor e as temporais por de segunda ordem, sendo assim temos:

$$(u_{xx})_i = \frac{1}{12h^2} [-u_{i-2} + 16u_{i-1} - 30u_i + 16u_{i+1} - u_{i+2}], \quad (3.4)$$

$$(u_{tt})_k = \frac{1}{h^2} [u_{k-1} - 2u_k + u_{k+1}], \quad (3.5)$$

onde $(u_{xx})_i$ e $(u_{tt})_k$ representam, respectivamente, a derivada segunda no espaço e no tempo.

3.3. Procedimento Recursivo do MDF

A equação escalar da onda no caso bidimensional acústico é dada por:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (3.6)$$

onde $u=u(x_1, x_3, t)$ representa o deslocamento dos pontos do meio e $c=c(x_1, x_3)$ a velocidade de propagação da onda no ponto (x_1, x_3) .

Utilizando-se as aproximações para as derivadas segundas representadas pelas equações (3.4) e (3.5), obtemos a seguinte expressão recursiva necessária à implementação computacional do MDF aplicado a equação da onda:

$$u_{i,k}^{n+1} = \frac{1}{12} \left(\frac{c \cdot \Delta t}{h} \right)^2 [-(u_{i-2,k}^n + u_{i,k-2}^n) + 16(u_{i-1,k}^n + u_{i,k-1}^n) - 60u_{i,k}^n + 16(u_{i+1,k}^n + u_{i,k+1}^n) - (u_{i+2,k}^n + u_{i,k+2}^n)] + 2u_{i,k}^n - u_{i,k}^{n-1}. \quad (3.7)$$

onde os índices i , k e n representam as variáveis x_1 , x_3 e t ; respectivamente.

4. Modelos Geológicos Bidimensionais

Procuramos focalizar nossos estudos em modelos sísmicos com grau de complexibilidade crescente, a Figura 3.1 apresenta o modelo M_I (com seis camadas e cinco interfaces), a Figura 3.2 apresenta o modelo M_{II} (apresentando variação de velocidade lateral e vertical) e a Figura 3.3 apresenta o modelo M_{III} (constituído por quatro camadas e dotado de uma intrusão).

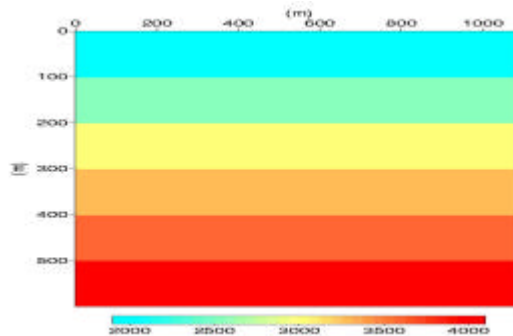


Figura 3.1. Modelo de velocidade (M_I) com seis camadas e cinco interfaces horizontais.

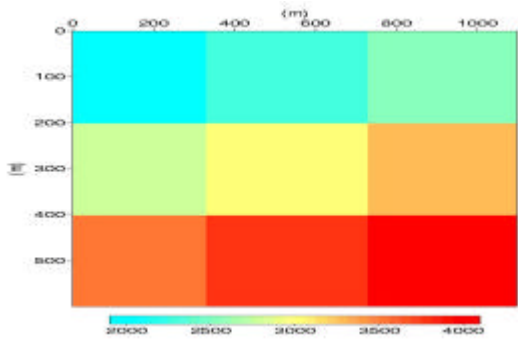


Figura 3.2. Modelo de velocidade (M_{II}) dotado de variações laterais e verticais.

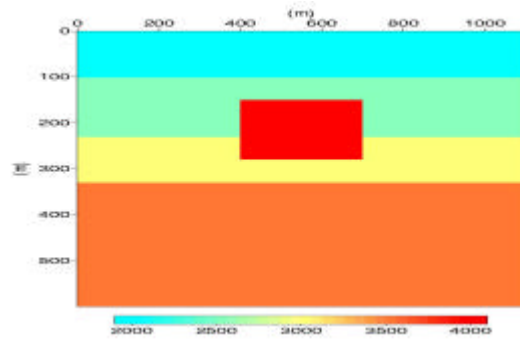


Figura 3.3. Modelo de velocidade (M_{III}) com quatro camadas e apresentando uma intrusão.

5. Parametrização do Campo de Velocidade

5.1. Divisão do Meio em Células

A utilização de células (ou blocos) na representação do modelo é o tipo de parametrização mais utilizado na modelagem sísmica, trata-se, simplesmente, da divisão do modelo geológico em células onde cada bloco possui uma velocidade.

5.2. Polinômio Trigonométrico

A parametrização polinomial trigonométrica consiste em representar o modelo geofísico através de uma única função polinomial trigonométrica. Tal representação é obtida através da particularização do teorema que fornece séries baseadas em funções ortogonais para funções de duas variáveis (Kreider et al., 1972). Isto é, o campo de velocidade sísmicas $V(x,z)$ é representado por:

$$V(x, z) = \sum_{i+j=0}^N \mathbf{a}_{i,j} f_i(x) g_j(z), \tag{5.1}$$

onde

$$f_i(x) = \frac{1}{2} \left\{ [(-1)^i + 1] \cos\left(\frac{iX}{2}\right) + [(-1)^{i+1} + 1] \text{sen}\left[\frac{(i+1)X}{2}\right] \right\}, \tag{5.2}$$

$$g_j(z) = \frac{1}{2} \left\{ [(-1)^j + 1] \cos\left(\frac{jZ}{2}\right) + [(-1)^{j+1} + 1] \text{sen}\left[\frac{(j+1)Z}{2}\right] \right\}, \tag{5.3}$$

$$X = \frac{\mathbf{p}(2x-l)}{l}, \tag{5.4}$$

$$Z = \frac{\mathbf{p}(2z-d)}{d}, \tag{5.5}$$

$$\mathbf{a}_{i,j} = \frac{\iint_R V(x, z) f_i(x) g_j(z) dR}{\iint_R f_i^2(x) g_j^2(z) dR}, \tag{5.6}$$

onde R é a região espacial na qual o modelo é considerado e l e d representam, respectivamente, o comprimento e a profundidade máxima do modelo. Tal função representa o campo de velocidade do modelo no qual a onda se propaga.

Figura 3.1. Modelo de velocidade (M_I) por PPT com 80 coeficientes.

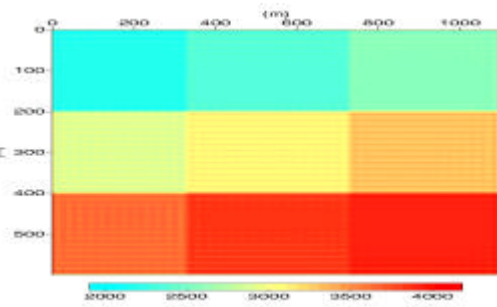
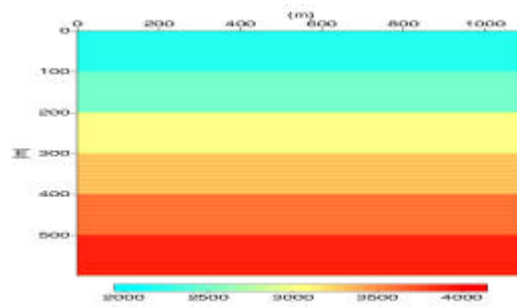


Figura 3.2. Modelo de velocidade (M_{II}) por PPT com 80 coeficientes.

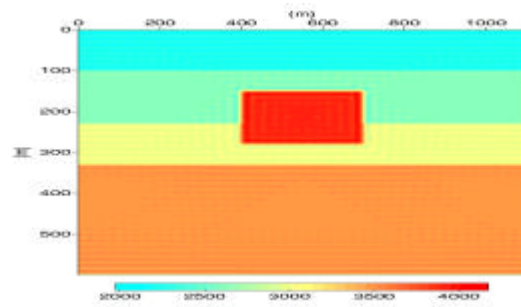


Figura 3.3. Modelo de velocidade (M_{III}) por PPT com 80 coeficientes.

6. Modelagem Acústica Bidimensional

Foram realizadas modelagens sísmicas (Dos Santos, 2002) baseadas em operadores escalares gerando seis sismogramas para os três modelos utilizando-se duas diferentes parametrizações para cada um deles. Para fins de comparação entre os resultados obtidos com os modelo M_I , M_{II} e M_{III} na modelagem utilizando a PB e a PPT, são mostrados, nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.2, os sismogramas referentes a cada uma das parametrizações usadas.

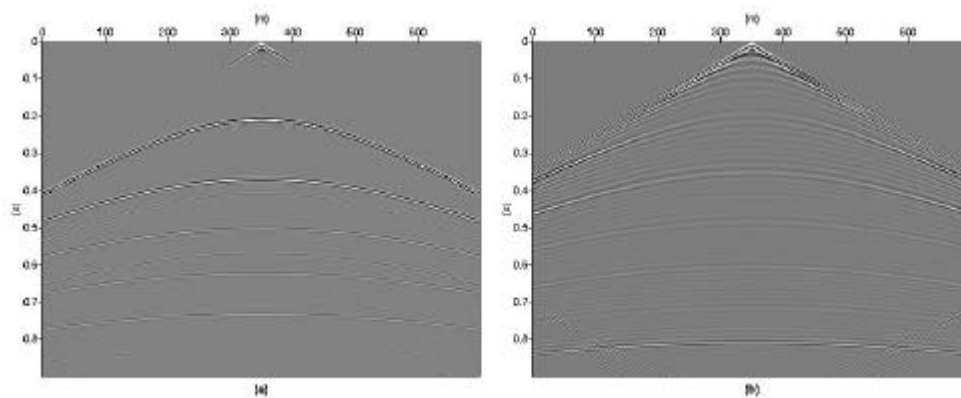


Figura 5.1. Sismogramas sintéticos de modelagem acústica obtidos por diferenças finitas referente ao modelo M_I com PB (a) e com PPT (b).

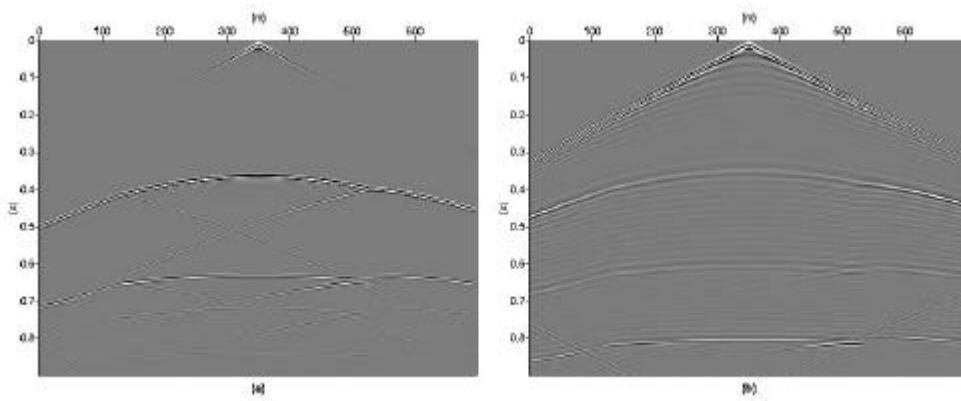


Figura 5.2. Sismogramas sintéticos de modelagem acústica obtidos por diferenças finitas referente ao modelo M_{II} com PB (a) e com PPT (b).

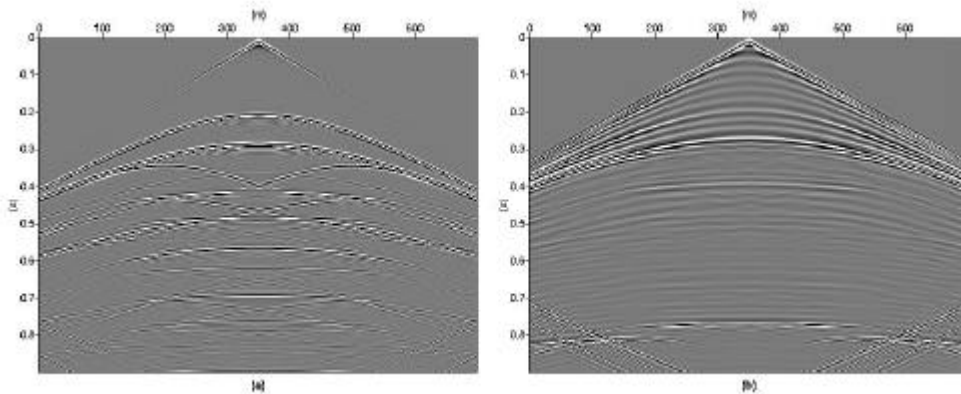


Figura 5.3. Sismogramas sintéticos de modelagem acústica obtidos por diferenças finitas referente ao modelo M_{III} com PB (a) e com PPT (b).

7. Conclusões e Discussões

O programa Fortran implementado por Diferenças Finitas obteve bons resultados tanto para a PB como para a PPT.

Tanto na PB como na PPT os sismogramas obtidos apresentaram, praticamente, os mesmos resultados, salvo pequenas reflexões artificiais nos sismogramas gerados com a PPT, o que se justifica devido ao fato do campo de velocidade da PPT oscilar mais.

A PPT proporciona uma maior economia de espaço de memória do computador, devido ao fato de não necessitar ter, como entrada no programa de DF, um arquivo de velocidade, pois as velocidades do modelo podem ser calculadas durante a execução do programa, bastando entrar com a função polinomial trigonométrica ou o arquivo dos coeficientes do polinômio trigonométrico que representa o modelo.

Nas estratégias de inversão, a PPT assume grande importância, pois todo o modelo pode ser representado por uma única expressão. Ou melhor, todo modelo fica definido pelos coeficientes do polinômio que passam a ser os parâmetros do modelo. Isto se traduz numa grande vantagem da PPT, pois as interfaces do modelo são simuladas pela variação do campo de velocidades.

A parametrização polinomial trigonométrica simplifica a representação de modelos mais complicados.

8. Agradecimentos

A Deus, que é a minha fortaleza. A todos os colegas, principalmente ao Gino, pelo esclarecimento de pequenas dúvidas e indicações de algumas bibliografias importantes para a execução do trabalho, a todos os professores e funcionários do CPGG/UFBA, e a ANP (Agencia Nacional de Petróleo), pelo auxílio em forma de bolsa de estudo.

9. Bibliografia

- Alterman, Z. e Karal, F. C., Propagation of elastic wave in layered media by finite difference methods, Bull. Seis. Soc, v. 58, p. 367-398, 1968.
- Berkhout, A. J., Applied seismic wave theory, Elsevier, Amsterdam. 1984
- Ceverny, V.; Molotov, I. e Psencík, I., Ray method in seismology, Praha, Univ. Karlova, 1977
- Dos Santos, R. H. M., Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações do campo de velocidades, Diss. de Mestrado, Geofísica, Uiversidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil, 2002.
- Hilterman, F. J., Three dimensional seismic modelling, Geofysics, v. 35, p. 1020-1037, 1970.
- Keller, J. B., Geometrical theory of diffraction, J. Opt. Soc. Am. v. 52, p. 116-130, 1962.
- Kreider, D. ; Kuller, R. C.; Ostberg, D. R. e Perkins, F. W., Introdução à análise linear v. 2, Editora Universal de Brasília, Rio de Janeiro, 1972.
- Muft, I.; Pita, J. A. e Huntaly, R. W., Finite-difference depth migration of exploration scale 3-D seismic data, Geophysics, v. 6, p. 776-794, 1996.
- Ottaviane, M., Elastic wave propágation in two evenly welded quarter spaces, Bull Seis. Soc. Am, v. 61, p. 1119-1152, 1971.
- Thedy, E. A., Modelagem sísmica em meios poroelásticos, Diss. de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil, 1995.
- Trorey, A. W., A simple theory for seismic diffractons, Geophysisc, v. 47, p. 762-784, 1970.