

INVERSÃO SIMULTÂNEA DE TEMPOS DE TRÂNSITO EM MEIOS ELÁSTICOS ANISOTRÓPICOS

¹Rommel Melhor Mendes, ²Milton José Porsani

^{1,2}Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia (CPGG) – UFBA, Rua Barão de Jeremoabo
S/N Federação, ¹rommel@cpgg.ufba.br, ²porsani@cpgg.ufba.br

Resumo – O estudo da propagação de ondas em meios elásticos anisotrópicos é de relevante importância para a indústria de petróleo, pois como se sabe, reservatórios de hidrocarbonetos que ocorrem associados à presença de meios fraturados podem ser analisados do ponto de vista matemático como meios anisotrópicos, onde o tipo de anisotropia é definido pela quantidade e disposição espacial dos sistemas de fraturas (Artola, 2000). Conhecer os parâmetros elásticos associados a tais meios é importante para estimar propriedades tais como nível de saturação em óleo/gás e densidade de fraturas. Nestes trabalhos estudou-se a inversão de parâmetros elásticos em meios anisotrópicos a partir dos tempos de trânsito de ondas qP , $qS1$ e $qS2$ diretas, as quais foram utilizadas separadamente e em conjunto, naquilo que comumente se chama inversão simultânea. Os resultados mostraram que para todas as simetrias anisotrópicas estudadas (VTI e ortorrômbica) a inversão simultânea mostrou-se mais capaz de estimar os parâmetros elásticos do que a inversão de cada uma das ondas separadamente, apresentando valores que permitiram construir superfícies de velocidade de fase e grupo de fatob em semelhantes aos modelos originais.

Palavras-Chave: inversão, parâmetros elásticos, anisotropia

Abstract – The study of wave propagation in anisotropic elastic media is very important to the petroleum industry because hydrocarbon reservoirs which occur associated to the presence of fractured media can be analyzed from the mathematical point of view as anisotropic media, in which the kind of anisotropy is defined by the quantity and spatial disposition of the systems of fracture (Artola, 2000). Knowing the elastic parameters associated to such media is important for the estimation of properties such as the oil/gas saturation level and density of fractures. In this work we have studied the elastic parameters inversion in anisotropic media using the travel time of direct waves qP , $qS1$ and $qS2$, which were used separately and jointly in what is normally called simultaneous inversion. The results have shown that for all the anisotropic symmetry studied (VTI and orthorhombic) the simultaneous inversion showed to be more capable of estimating the elastic parameters than the inversion of each one of the waves separately, showing values that allowed to construct phase and group velocity surfaces very similar to the original models.

Keywords: inversion, elastic parameters, anisotropy

1. Introdução

A inversão de parâmetros elásticos em meios anisotrópicos é um tema de relevante complexidade, principalmente quando comparado ao seu similar em meios isotrópicos. Neste trabalho não é considerada informação a priori sobre o tipo de simetria (o que torna a inversão em meios isotrópicos mais simples) e, portanto, tem-se a tarefa de inverter os 21 parâmetros elásticos independentes verificados em meios anisotrópicos quaisquer. O processo pode ser realizado de diversas maneiras. Autores como Bakulin et al, 2000 propõem a utilização das elipses de polarização e velocidades NMO como dados de entrada para a inversão. Teles, 1995 propõe um método de inversão linearizado tendo como dados de entrada as amplitudes dos raios registrados. Aqui, foram utilizadas informações obtidas a partir dos tempos de trânsito dos raios referentes às ondas qP, qS1 e qS2 registradas em um sistema de aquisição que envolve uma fonte em profundidade e geofones espalhados radialmente no terreno.

Os tempos de trânsito das ondas qP, qS1 e qS2 podem ser relacionados aos 21 parâmetros elásticos independentes em meios anisotrópicos, entretanto, uma avaliação individualizada das três ondas mostra que alguns parâmetros são hegemônicos no controle desses tempos de trânsito enquanto outros parecem exercer pouca influência nessa medida. Essa influência diferenciada tem sua estrutura enraizada nas intrincadas relações matemáticas que envolvem o cálculo dos tempos de trânsito em meios anisotrópicos, e, portanto, possui uma difícil interpretação quantitativa. Sabe-se, de uma forma geral, que essa estrutura relacional tem diferentes facetas nos diferentes sistemas de simetria e que propriedades das ondas qP são mais fortemente controladas por um maior número de parâmetros elásticos do que as das ondas qS1 e qS2. Isso, em conjunto com as limitações analíticas dos métodos de inversão faz emergir um problema que certamente ocorrerá ao se tentar a inversão individual de qualquer uma das três ondas. A ambigüidade dos resultados. Isso significa que devido ao pouca influência de alguns parâmetros elásticos sobre os dados de entrada (qualquer que seja sua natureza), é possível existir um número grande de modelos que sejam estáveis e com o mesmo grau de eficiência. Como solução a este problema, é proposto aqui a inversão a partir de um método que leva em consideração a contribuição dos tempos de trânsito das três ondas simultaneamente, o que certamente vincula mais umívocamente parâmetros elásticos aos dados de entrada, amenizando significativamente o problema da ambigüidade.

Um problema recorrente ao se lidar com inversão de parâmetros elásticos sem a informação a priori do tipo de simetria é o que pode-se chamar de resíduos indesejáveis. Ocorre que a caracterização de um sistema de simetria anisotrópica é feita a partir do número de parâmetros elásticos nulos e das relações matemáticas entre os parâmetros elásticos não nulos. A inversão pura e simplesmente dificilmente resgatará perfeitamente os parâmetros nulos, e tão pouco as relações matemáticas entre os parâmetros não nulos. Na verdade uma análise fidedigna dos parâmetros invertidos, quase que na totalidade dos casos, levaria à conclusão de que o meio em questão é triclínico (sistema de simetria mais assimétrico, com todos os 21 parâmetros elásticos não nulos e independentes). Visando melhorar a acuidade na definição do sistema de simetria invertido, foi introduzido como parte do processo de inversão o conceito de parâmetros de simetria, responsáveis por ajustar os parâmetros elásticos invertidos ao sistema de simetria mais próximo segundo o critério de mínimos quadrados.

2. Modelagem Direta de Tempos de Trânsito

A determinação dos tempos de trânsito em meios anisotrópicos como função da posição ($\tau(x_i)$) envolve a solução de uma equação diferencial parcial conhecida como equação eikonal, comumente expressa como:

$$G(p_i, x_i) = 1 \quad (1)$$

onde $p_i = \partial \tau / \partial x_i$ é o vetor de vagarosidade e G é uma expressão obtida a partir da solução de um problema de autovalores/autovetores de uma matriz conhecida como matriz de Christoffel. Utilizando o conceito de hamiltoniano aplicado a equação 1, pode-se obter um sistema de seis equações diferenciais ordinárias de primeiro grau e primeira ordem conhecidas como equações características (Cerveny, 1987)

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{d\tau} &= \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial p_i} \\ \frac{dp_i}{d\tau} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2)$$

cujas soluções permitem realizar o traçado de raios e o subsequente cálculo dos tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos quaisquer. Uma forma mais convencional de se escrever a equação 2 é possível ao se estabelecer os autovalores da matriz de Christoffel em função dos seus autovetores, desta forma obtendo (Psencik, 2000)

$$G(p_i, x_i) = a_{ijkl} p_j p_l g_i g_k \quad (3)$$

onde g_i representa as componentes dos autovetores da matriz de Christoffel e a_{ijkl} são os elementos do tensor de rigidez elástica normalizados pela densidade. A partir de 3, a equação 2 se modifica para

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{d\tau} &= a_{ijkl} p_l p_j g_k \\ \frac{dp_i}{d\tau} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial a_{ijkl}}{\partial x_i} p_n p_l g_j g_k \end{aligned} \quad (4)$$

O sistema de equações em 4 é suficiente para resolver o sistema é necessário apenas estabelecer a posição e aplicações em sísmica é necessário resolver o problema que significa ter as posições de fonte e receptor e tarefa foi realizada utilizando um método iterativo iterações os parâmetros dos raios que conectavam fo

er chamado problema de valor inicial, isto é, uma vez resolvido o a direção iniciais do raio para se fazer o traçado. Entretanto, nas a traçado de raios entre dois pontos ou *twopoint Raytracing*, o determinar que direção o raio deve ter para conectá-los. Aqui essa de inversão não linear o qual se propunha a determinar a final das nte-receptor.

3. Inversão Simultânea

Como foi dito na introdução, os elementos controlados dos tempos de trânsito em meios anisotrópicos são os 21 parâmetros elásticos que os caracterizam. Desta forma, o objetivo na inversão é determinar os parâmetros que satisfaça a equação

$$\bar{\tau}_{calc}^{(m)}(\bar{a}) = \bar{\tau}_{obs}^{(m)} \quad (5)$$

onde:

- $\bar{\tau}_{calc}$ – tempos de trânsito calculados em cada receptor com a modelagem direta
- $\bar{\tau}_{obs}$ – tempos de trânsito observados em cada receptor
- m – índice que indica o tipo de onda (1- qP2 - qS13 - qS2)
- \bar{a} – elementos do tensor de rigidez elástica normalizada (a_{ijkl}), vetorizada

A equação 5 além de não ser linear, não possui nem realizada de forma numérica. Portanto, antes de se Taylor, em torno de um modelo inicial, truncado no necessário à sua solução por métodos de inversão de delinearização produzirá

mesmo uma expressão analítica uma vez que a modelagem em resolve-la deve-se linearizá-la através de uma expansão em série de primeiro termo. Essa operação fornece à equação um caráter linear determinísticos tais como o de Newton e Gauss-Newton. A operação

$$[J^{(m)}] \Delta \bar{a} = \Delta \bar{\tau}^{(m)} \quad (6)$$

onde:

- $[J^{(m)}]$ – matriz das derivadas dos tempos de trânsito em função dos parâmetros elásticos $\left(J_{ik}^{(m)} = \frac{\partial \tau_{calc_i}^{(m)}}{\partial a_k} \right)$
- $\Delta \bar{a}$ – vetor diferença entre os modelos posterior e anterior ($\Delta \bar{a} = \bar{a} - \bar{a}_0$)
- $\Delta \bar{\tau}^{(m)}$ – vetor diferença entre os dados observados e calculados ($\Delta \bar{\tau}^{(m)} = \bar{\tau}_{obs}^{(m)} - \bar{\tau}_{calc}^{(m)}(\bar{a}_0)$)

Por se tratar de um problema sobredeterminado uma vez que o número de receptores supera os 21, a solução por mínimos quadrados exige que se minimize a seguinte função objetivo

$$\Phi^{(m)}(\Delta \bar{a}) = (\Delta \bar{\tau}^{(m)} - [J^{(m)}] \Delta \bar{a})^T (\Delta \bar{\tau}^{(m)} - [J^{(m)}] \Delta \bar{a}) \quad (7)$$

cujasolução é

$$\Delta \bar{a} = \left([J^{(m)}]^T [J^{(m)}] \right)^{-1} [J^{(m)}]^T \Delta \bar{\tau}^{(m)} \quad (8)$$

A equação 8 fornece a solução por mínimos quadrados do problema de inversão de tempos de trânsito em meios anisotrópicos desde que seja considerada um tipo de onda por vez. Esse tipo de inversão certamente causará os problemas já considerados na introdução. A inversão simultânea das três ondas consiste em formular uma nova função objetivo, composta pelos atributos de três indivíduos separadamente. Desta forma tem-se

$$\Phi(\Delta\vec{a}) = \sum_{m=1}^3 \Phi^{(m)}(\Delta\vec{a}) \quad (9)$$

cujasoluçãominimizadoraserá

$$\Delta\vec{a} = \left(\sum_{m=1}^3 [J^{(m)}]^T [J^{(m)}] \right)^{-1} \sum_{m=1}^3 [J^{(m)}]^T \Delta\vec{t}^{(m)} \quad (10)$$

Essa nova formulação permitirá que todos os conjuntos de parâmetros fortemente atuantes quando considerados individualmente possam agora ter seu grau de influência simultaneamente levados em conta no processo de otimização, minimizando o problema que individualmente existia devido ao baixo poder de controle de alguns parâmetros elásticos sobre o sistema de transito, o que, como discutido anteriormente, gerava um caráter ambíguo do problema.

3.1. Parâmetros de Simetria e Etapa de Refinamento

O que caracteriza um sistema de simetria anisotrópica é o número e a posição dos parâmetros elásticos nulos nas relações entre os parâmetros elásticos não nulos. Parâmetros elásticos nulos são aqueles que precisam ser iguais a zero, e os não nulos são aqueles que não precisam (mas podem ser eventualmente). Dentre os não nulos existem os independentes cuja combinação linear gera os demais parâmetros não nulos chamados por conta disso, dependentes. A partir dessa definição constata-se que os sistemas de simetria estão contidos uns nos outros apresentando uma certa ordem hierárquica. Parâmetros elásticos que pertencem ao sistema de simetria isotrópica por exemplo, também pertencem ao sistema cúbico, mas o inverso não se verifica. Pode-se afirmar, portanto, que o sistema de simetria isotrópico é parte integrante (está contido) dos sistemas de simetria cúbico. A figura 1 representa essas relações em forma de diagrama de conjunto para as sete simetrias mais conhecidas.

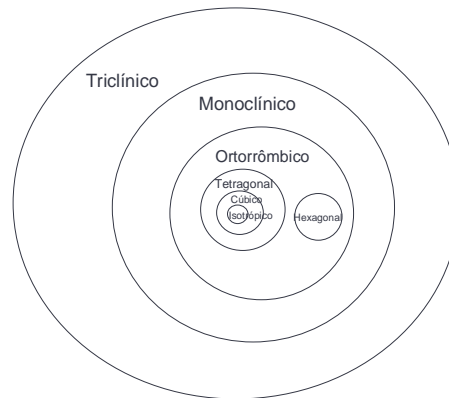


Figura 1. Diagrama de conjunto mostrando as relações de pertinência entre sete sistemas de simetria anisotrópica e isotrópica

Com base nessas relações, elaborou-se aqui um conjunto de seis parâmetros, cujos valores variam de 0 a 1, chamados parâmetros de simetria. Utilizando-se a notação de matriz para os parâmetros elásticos tem-se

$$\begin{aligned} PS^{(M)} &= 1 - \frac{a_{14} + a_{15} + a_{24} + a_{25} + a_{34} + a_{35} + a_{46} + a_{56}}{\sum a_{ij}} \\ PS^{(O)} &= 1 - \frac{a_{16} + a_{26} + a_{36} + a_{45}}{PS^{(M)} \sum a_{ij}} \\ PS^{(T)} &= \frac{\text{Min}(a_{11}, a_{22})}{\text{Max}(a_{11}, a_{22})} \frac{\text{Min}(a_{12}, a_{13})}{\text{Max}(a_{12}, a_{13})} \frac{\text{Min}(a_{44}, a_{55})}{\text{Max}(a_{44}, a_{55})} \\ PS^{(H)} &= \frac{\text{Min}(a_{13}, a_{23})}{\text{Max}(a_{13}, a_{23})} \frac{\text{Min}((a_{11} - a_{12}), 2a_{66})}{\text{Max}((a_{11} - a_{12}), 2a_{66})} \frac{\text{Min}(a_{11}, a_{22})}{\text{Max}(a_{11}, a_{22})} \frac{\text{Min}(a_{44}, a_{55})}{\text{Max}(a_{44}, a_{55})} \\ PS^{(C)} &= \frac{\text{Min}(a_{22}, a_{33})}{\text{Max}(a_{22}, a_{33})} \frac{\text{Min}(a_{55}, a_{66})}{\text{Max}(a_{55}, a_{66})} \frac{\text{Min}(a_{13}, a_{23})}{\text{Max}(a_{13}, a_{23})} \\ PS^{(I)} &= \frac{\text{Min}((a_{12} + 2a_{44}), a_{11})}{\text{Max}((a_{12} + 2a_{44}), a_{11})} \end{aligned} \quad (11)$$

Os parâmetros de simetria medem o quanto o meio se aproxima de uma determinada simetria, admitindo-se que ele já pertença a simetria imediatamente superior. Assim, para que um meio seja considerado de uma determinada simetria não é preciso apenas que o seu PS correspondente seja próximo a 1, mas que os PS's posteriores também o sejam. Por exemplo, um meio só pode ser considerado hexagonal se $PS^{(H)} \cong 1$, $PS^{(O)} \cong 1$ e $PS^{(M)} \cong 1$. É necessário também que $PS^{(C)} \ll 1$. A figura 2 mostra a configuração dos PS's para dois meios diferentes, nelas o eixo horizontal corresponde aos parâmetros de simetria na seguinte ordem: 1-PS^(I), 2-PS^(C), 3-PS^(H), 4-PS^(T), 5-PS^(O), 6-PS^(M), e o eixo vertical é a intensidade de cada um desses parâmetros. Os pontos em vermelho indicam que o meio considerado é fortemente hexagonal pois PS^(H), PS^(O) e PS^(M) estão bem próximos a 1. Os pontos em preto indicam que o outro meio considerado é fortemente ortorrômbico pois PS^(O) e PS^(M) estão próximos a 1.

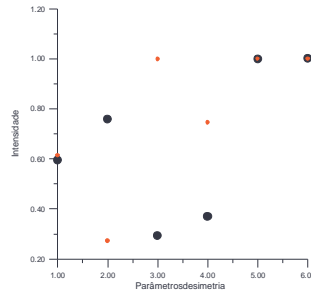


Figura 2. Parâmetros de simetria. Os pontos em vermelho são referentes a um meio hexagonal e os pontos em preto referem-se a um meio ortorrômbico.

O procedimento utilizado aqui foi aplicar a inversão em 10 iterações e calcular os PS's do meio invertido a fim de determinar a qual simetria anisotrópica ele pertence. A partir de então o meio era devidamente ajustado àquela simetria através de mínimos quadrados.

4. Resultados e Discussão

Para averiguar os resultados da inversão foi montado um experimento de sísmica de transmissão com a fonte no centro do arranjo a uma profundidade de 100 metros e os geofones dispostos radialmente em oito linhas de 45 metros separadas por um ângulo de 45 graus, em um total de 360 geofones. Os meios elásticos investigados foram hexagonais e ortorrômbicos. As inversões foram realizadas como métodos expostos na seção 3 em 10 iterações, tanto individual como simultaneamente e os modelos iniciais correspondem aos meios isotrópicos que melhor se ajustam aos tempos de trânsito observados. Aqui serão mostrados os resultados obtidos na inversão em meio ortorrômbico. A figura 2 mostra os valores de cada parâmetro de simetria, indicando corretamente para uma simetria ortorrômbica (pontos em preto). A tabela 1 mostra os parâmetros elásticos normalizados pela densidade, dados em $m^2/mseg^2$ e os erros, em porcentagem, em relação aos valores reais para as três ondas, individual e simultaneamente. A tabela mostra os parâmetros ajustados após a aplicação do critério de mínimos quadrados e os parâmetros de simetria, portanto estão lá apenas os parâmetros elásticos não nulos.

Tabela 1. Resultados das inversões em meio ortorrômbico

| Real | qP | Erro% | qS1 | Erro% | qS2 | Erro% | Simul. | Erro% |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 97,47 | 97,46 | 0,01 | 85,09 | 12,70 | 73,64 | 24,45 | 97,50 | 0,03 |
| 17,75 | 22,98 | 29,46 | 19,53 | 10,03 | 24,57 | 38,42 | 17,77 | 0,11 |
| 23,77 | 24,37 | 2,52 | 25,28 | 6,35 | 21,97 | 7,57 | 24,21 | 1,85 |
| 59,57 | 59,57 | 0,00 | 78,29 | 31,42 | 72,87 | 22,33 | 59,57 | 0,00 |
| 23,47 | 22,58 | 3,79 | 29,02 | 23,65 | 28,94 | 23,31 | 23,45 | 0,08 |
| 74,91 | 74,84 | 0,09 | 75,08 | 0,23 | 71,68 | 4,31 | 74,51 | 0,53 |
| 20,07 | 20,49 | 2,09 | 23,80 | 18,58 | 20,10 | 0,15 | 20,08 | 0,05 |
| 24,37 | 24,15 | 0,90 | 24,34 | 0,12 | 24,40 | 0,12 | 24,37 | 0,00 |
| 23,86 | 21,31 | 10,69 | 22,37 | 6,24 | 24,04 | 0,75 | 23,86 | 0,00 |

Uma análise dos resultados expostos na tabela 1 permite concluir que dentre as inversões individuais a que obteve melhores resultados foi a realizada com o tempo de trânsito das ondas qP, com apenas 2 parâmetros ajustados com erro superior a 10%, enquanto que para as ondas qS1 e qS2 o número desses parâmetros sobe para 4. Isso mostra que, de fato, os tempos de trânsito das ondas qP são mais fortemente controlados por um número maior de parâmetros elásticos. Mas, o grande destaque aqui mostrado, foram os resultados da inversão simultânea que, como previsto, diminuiu significativamente a ambigüidade, concedendo aos parâmetros ajustados erros

consideravelmente menores do que os presentes nas inversões tiveram valores semelhantes e bastante cada etapa, nas superfícies de velocidade de fase (individual e simultaneamente. Pode-se notar que após o trânsito da onda qP possuem uma considerável diferença em relação aos parâmetros originais, a SVF da onda qP construída a partir dos parâmetros invertidos dos tempos de SVF original. Já a SVF da onda qP construída a partir dos parâmetros invertidos simultaneamente como se esperaria (pois tais parâmetros são próximos aos originais) é semelhante à SVF original. As conclusões referentes às SVF's das ondas qS1 e qS2 (não mostradas aqui) seguem o mesmo padrão.

emais inversões. Vale lembrar que o ajuste nos dados satisfatórios. Para mostrar a influência dos parâmetros ajustados em (SVF), a figura 3 mostra a SVF da onda qP original e as invertidas a partir dos parâmetros elásticos invertidos a partir dos tempos de SVF original, enquanto que as SVF's da onda qP construídas a partir dos parâmetros invertidos simultaneamente como se esperaria (pois tais parâmetros são próximos aos originais) é semelhante à SVF original. As conclusões referentes às SVF's das ondas qS1 e qS2 guardam muito pouca semelhança com a original, enquanto que as SVF's da onda qP construídas a partir dos parâmetros invertidos simultaneamente como se esperaria (pois tais parâmetros são próximos aos originais) é semelhante à SVF original. As conclusões referentes às SVF's das ondas qS1 e qS2 (não mostradas aqui) seguem o mesmo padrão.

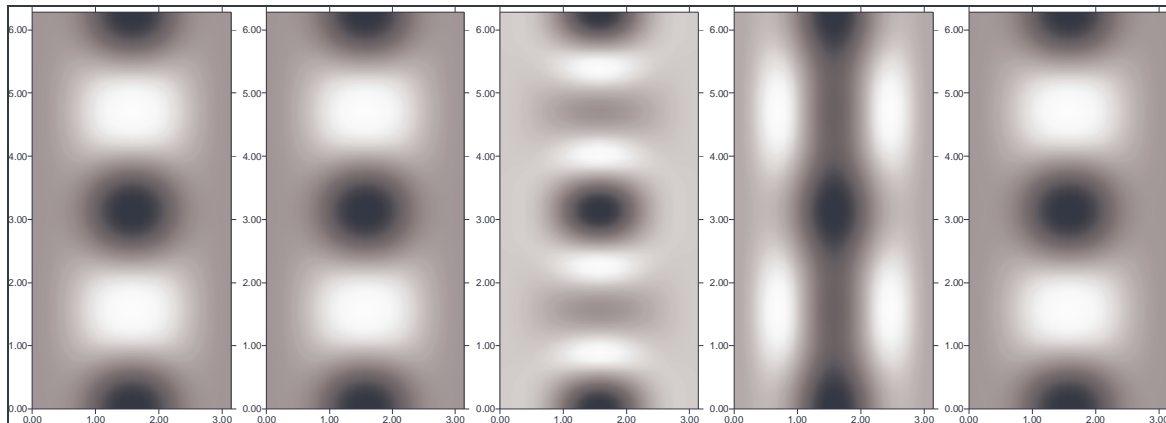


Figura 3. Superfícies de velocidade de fase da onda qP. Da esquerda para a direita: Original, construída a partir dos parâmetros invertidos com as ondas qP, qS1, qS2 e construída simultaneamente. Os gráficos mostram o módulo da velocidade de fase em função da inclinação (eixo horizontal) e do azimute (eixo vertical).

5. Conclusões

A inversão de parâmetros elásticos em meios anisotrópicos sem informação a priori sobre o sistema de simetria traz consigo dois obstáculos a serem transpostos: A ambiguidade nos resultados obtidos devido a pouca influência de alguns parâmetros elásticos nos tempos de trânsito de cada onda que se propagam no meio, e a incapacidade de estabelecer precisamente todas as relações (relações de nulidade e dependência) que caracterizam um dado sistema de simetria. O primeiro problema foi caracterizado utilizando o método de inversão simultânea, que, como os testes mostraram, se mostrou altamente eficiente na recuperação dos parâmetros elásticos nos meios estudados. Na solução do segundo problema foi introduzido o conceito de parâmetros de simetria o que permitiu um ajuste dos parâmetros invertidos ao sistema de simetria cujo parâmetro tivesse maior intensidade. Tal procedimento se mostrou eficiente e convergiu para o sistema de simetria verdadeira em todas as situações estudadas.

7. Agradecimentos

Aos professores Ivan Psencik, Wilson Figueiró e Freddy Artola pelas importantes elucidações acerca dos mais diversos temas ligados ao assunto e a Agência Nacional de Petróleo (ANP) pelo apoio financeiro.

8. Referências

- ARTOLA, F. A. V. Cinemática da propagação de ondas de corpo em meios anisotrópicos. *Tese de doutorado, Universidade de Brasília, Instituto de Geociências, 2000.*
- BAKULIN, A., GRECHKA, V., TSVANKIN, I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data – Part I: HTI model due to a single fracture set. *Geophysics*, vol 65, No 6 p. 1788-1802, 2000.
- CERVENY, V. Ray methods for three dimensional seismic modelling. *Petroleum industry course, Norwegian Institute of Technology, 1987.*
- PSENCIK, I. Basics of plane wave propagation and of theseismic ray methods, *Lecture notes, Universidade Federal da Bahia, 2000.*
- TELES, T. N. Estudo da influência de fontes sísmicas situadas em meios anisotrópicos sobre o sismograma sintético do raio. *Tese de doutorado, Universidade Federal da Bahia, 1995.*