

**Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP**

Este Trabalho Técnico Científico foi preparado para apresentação no 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, a ser realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador. Este Trabalho Técnico Científico foi selecionado e/ou revisado pela Comissão Científica, para apresentação no Evento. O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pelo IBP. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões do Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Sócios e Representantes. É de conhecimento e aprovação do(s) autor(es) que este Trabalho será publicado nos Anais do 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás

---

## **AJUSTE DE EQUAÇÕES PARA A VISCOSIDADE CINEMÁTICA DE PRODUTOS DE PETRÓLEO EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA**

Cledson Wagner Souto Santana<sup>1</sup>, Euriclides Góes Tôrres<sup>1</sup>, Ivonaldo de Sousa Lacerda<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Campina Grande, UFCG/CCT/DEC/AERH,  
Av. Aprígio Veloso, 882, Bodocongó, CEP 58109-970, Campina Grande-PB,  
{cledsonsouto, euriclidest, ivonaldolacerda}@yahoo.com.br

**Resumo** – A viscosidade cinemática é uma das principais variáveis de entrada nos modelos hidráulicos, pois influencia na escolha das equações relacionadas ao regime de escoamento (laminar, crítico de transição ou turbulento) durante a simulação. Do ponto de vista hidráulico, a viscosidade cinemática de um líquido genérico pode ser modelada através do uso de equações de dois ou três parâmetros em função da temperatura, as quais se constituem nos únicos dados do líquido que são utilizados pelas equações hidráulicas. Utilizou-se um programa computacional que ajusta equações através de regressão não-linear e sugere as que melhor se ajustaram aos dados, os quais foram obtidos de forma a representar toda a faixa de variação da viscosidade cinemática dos produtos de petróleo. Verificou-se que as equações de dois parâmetros não conseguem ser ajustadas para toda a faixa de variação, o que não é verificado para as equações de três parâmetros, indicando que estas últimas são mais apropriadas para modelos hidráulicos de escoamento de líquidos mais genéricos.

Palavras-Chave: ajuste, equação, regressão não-linear, viscosidade cinemática.

**Abstract** – Kinematic viscosity is a main input for flow hydraulic models due to the fact that the choice of the flow regime equations (laminar, transition or turbulent) relies on it. Besides that, from the hydraulic point of view, the kinematic viscosity of generic liquids can be modeled using two or three parameters in function of the liquid's temperature, which are the only liquid data that is used by the hydraulic equations. A software that adjusts equations using a non-linear regression and suggests the better equations that best fit the inputs was used. It was observed that two parameters equations can not best fit all the kinematic viscosity curves. However three parameters equations best fit the kinematic viscosity curves and therefore are more appropriated for hydraulic models that run generic liquids.

Keywords: equation, fitting, kinematic viscosity, non-linear regression.

## 1. Introdução

A implementação de um programa computacional para representação do funcionamento de redes hidráulicas de escoamento força seu desenvolvedor a consumir um “bom” tempo na pesquisa e escolha pelo uso das equações, condições de contorno e métodos de resolução mais adequados para o modelo, o fator de atrito é um ótimo exemplo disto (Koide, 1998). Quando o modelo hidráulico escoar somente água ou um outro líquido a uma temperatura constante, geralmente, sua viscosidade cinemática é representada por um valor numérico, que, muitas vezes, nem pode ser configurado pelo usuário. Para o caso específico da água, é comum os modelos adotarem uma viscosidade cinemática fixa referente à temperatura ambiente (20°C), correspondendo a um valor aproximado de  $1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Enquanto que para líquidos que tenham viscosidade absoluta acima de dois centiPoise (com viscosidade cinemática indo de média a alta, excluindo aqueles de viscosidade cinemática baixa como a água), a American Society for Testing and Materials (ASTM), através da norma D341 sugere o uso da equação 1. Para o caso de modelos de fluxo monofásico que considerem líquidos com viscosidade cinemática e temperatura variados, o desenvolvedor se depara com a seguinte questão: Como vou representar a viscosidade cinemática de um líquido genérico em função da temperatura?

$$\log_{10}[\log_{10}(\nu + 0,7)] = A - B \log_{10}(T) \quad (1)$$

O objetivo deste trabalho é encontrar uma equação que represente o comportamento da viscosidade cinemática de um líquido genérico em função de sua temperatura, de forma a garantir uma maior confiabilidade nos cálculos de perda de carga e de vazões nas redes de escoamento de petróleo, nas quais escoam uma gama de óleos, água e emulsões. Para isto, utilizou-se um programa computacional que sugere equações que melhor se ajustam aos dados de entrada (curvas de viscosidade cinemática). Também, testou-se o ajuste das equações potencial e exponencial encontradas na ferramenta “Adicionar linha de tendência” da planilha eletrônica Excel e da equação 1.

A viscosidade é a propriedade do líquido que requer a maior consideração no estudo dos escoamentos, pois é pela qual que se pode caracterizar a resistência de um líquido ao fluxo (Streeter, 1982), e suas dimensões são determinadas a partir da lei de Newton da viscosidade (Equação 2). Essa viscosidade é chamada de absoluta ou dinâmica, para diferenciar da viscosidade cinemática (Equação 3), que é normalmente empregada na equação do número de Reynolds (Equação 4). Onde:  $\mu$  é a viscosidade absoluta [ $\text{Ns}/\text{m}^2$ ],  $\tau$  é força de cisalhamento [ $\text{N}/\text{m}^2$ ],  $du$  é a velocidade de arraste [ $\text{m}/\text{s}$ ],  $dy$  é a distância da partícula do líquido à superfície fixa [ $\text{m}$ ],  $\nu$  é a viscosidade cinemática [ $\text{m}^2/\text{s}$ ],  $\rho$  é a massa específica do líquido [ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ],  $Rey$  é o número de Reynolds [adimensional],  $V$  é a velocidade média do fluxo [ $\text{m}/\text{s}$ ],  $D$  é o diâmetro interno do duto [ $\text{m}$ ] e,  $Q$  é a vazão média do escoamento [ $\text{m}^3/\text{s}$ ].

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3)$$

$$Rey = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D} \quad (4)$$

O escoamento uniforme em tubulações pode ocorrer através de três regimes, são eles: o laminar, o transicional e o turbulento. Segundo Porto (1999), o regime laminar ocorre para escoamentos onde o número de Reynolds seja menor ou igual a 2300, e o turbulento para valores maiores ou iguais a 4000 (geralmente, o regime transicional também é considerado como turbulento). Analisando a equação 4, vê-se que cabe a vazão e a viscosidade cinemática do líquido determinar qual o regime do escoamento e qual equação do fator de atrito a utilizar, já que o diâmetro é considerado um parâmetro fixo. Para o regime laminar, utiliza-se a equação 5, enquanto que para o turbulento há várias fórmulas descritas na literatura para o fator de atrito, as quais possuem a sintaxe descrita na equação 6. Onde:  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta [ $\text{m}$ ] e  $f$  é o fator de atrito [adimensional].

$$f = \frac{64}{Rey} \quad (5)$$

$$f = f\left(\frac{\varepsilon}{D}, Rey\right) \quad (6)$$

## 2. Materiais e métodos

Com o objetivo de encontrar uma equação de dois ou de três parâmetros para representar o comportamento da viscosidade cinemática de um líquido genérico (referente às redes de escoamento de petróleo) em função da temperatura, primeiro, decidiu-se por delimitar a sua faixa de variação passível de ocorrer. Isto foi realizado através da análise visual da Figura 1, a qual mostra o comportamento da viscosidade cinemática em função da temperatura para vários líquidos, incluindo produtos de petróleo, mercúrio, gases e a água. Nota-se que o líquido “gasoline  $s=0.680$ ” e o líquido “fuel oil  $s=0.968$ ” são os extremos da faixa de interesse. Então, selecionou-se cinco curvas representativas (destacadas em negrito) e através da utilização do programa computacional LAB FIT, listou-se e, ordenou-se as equações sugeridas que representaram mais fidedignamente cada curva selecionada individualmente. A curva da água foi encontrada nos livros escritos por Macintyre (1997) e por Streeter (1982), as outras foram retiradas da Figura 1 (Tabela 1).

Tabela 1 – Dados de entrada para o LAB FIT.

água		gasolina $s=0.680$	
T (K)	$\nu$ (cS)	T (K)	$\nu$ (cS)
273,15	1,792	273,15	0,550
275,15	1,763	283,15	0,480
277,15	1,567	293,15	0,430
278,15	1,519	303,15	0,390
279,15	1,473	313,15	0,360
281,15	1,386	323,15	0,320
283,15	1,308		
285,15	1,237	óleo $s=0.855$	
287,15	1,172	T (K)	$\nu$ (cS)
288,15	1,134	263,15	40,000
289,15	1,112	268,15	23,000
291,15	1,059	273,15	17,000
293,15	1,007	283,15	10,000
295,15	0,960	293,15	7,100
297,15	0,917	303,15	5,500
298,15	0,897	313,15	4,600
299,15	0,876	323,15	3,700
301,15	0,839	373,15	2,100
303,15	0,817	473,15	1,200
305,15	0,772		
307,15	0,741	óleo $s=0.925$	
308,15	0,727	T (K)	$\nu$ (cS)
309,15	0,713	268,15	630,000
311,15	0,687	273,15	340,000
313,15	0,661	283,15	140,000
318,15	0,605	293,15	70,000
323,15	0,556	303,15	43,000
328,15	0,513	313,15	30,000
333,15	0,474	323,15	21,000
338,15	0,444	373,15	7,000
343,15	0,415	473,15	2,200
348,15	0,390		
353,15	0,369	óleo combustível	
358,15	0,347	T (K)	$\nu$ (cS)
363,15	0,328	313,150	1600,000
368,15	0,311	323,150	590,000
373,15	0,293	373,150	43,000
(Macintyre, 1997)		473,150	3,500

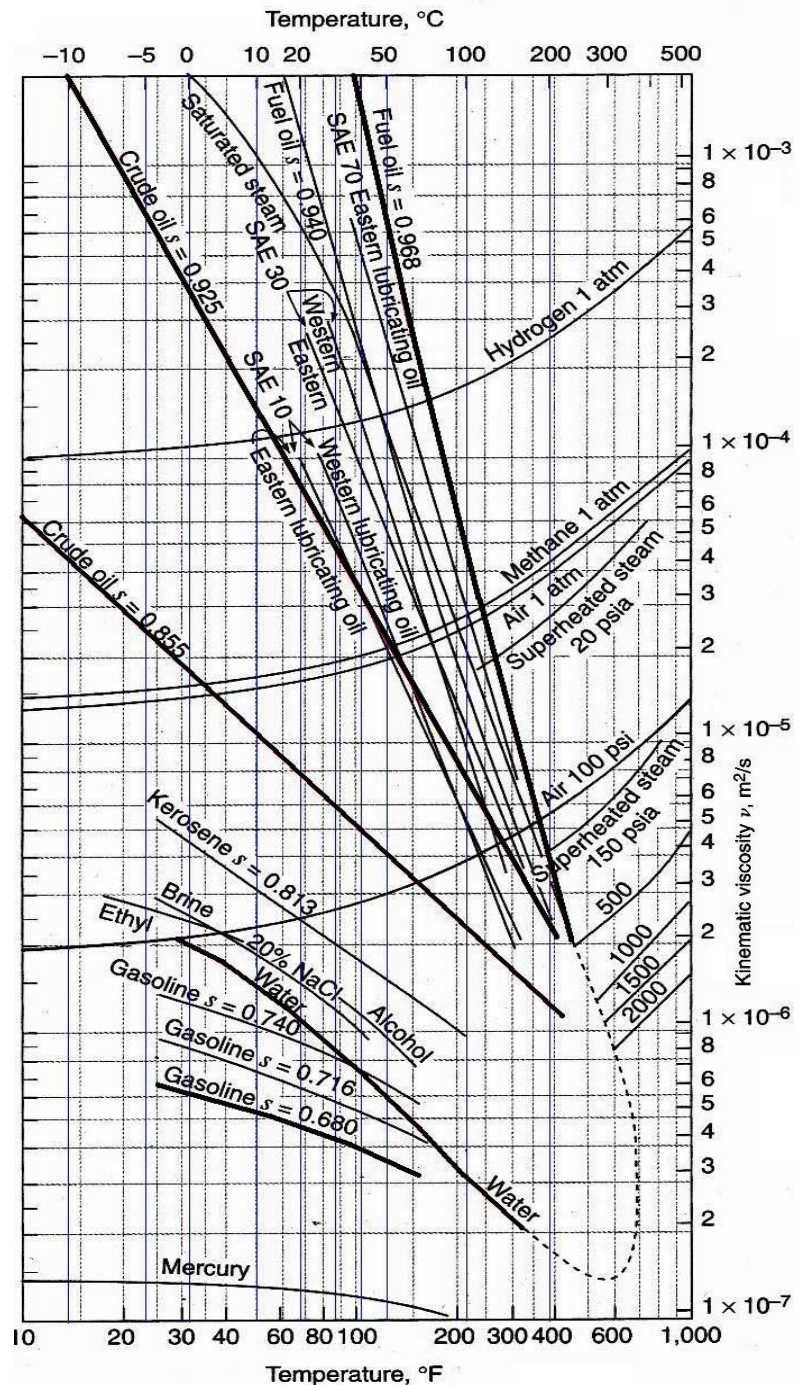


Figura 1 - Viscosidade cinemática de líquidos (Schey, 1996).

O LAB FIT (Silva, 2004) é um programa computacional que ajusta funções com até seis variáveis independentes através de regressão não-linear, admitindo incertezas na variável dependente (Y) e também na variável independente (X). Na sua biblioteca há mais de 200 funções com uma variável independente e quase 280 funções com duas variáveis independentes. Caso a função de ajuste seja desconhecida, o programa sugere as funções que melhor se ajustaram aos dados (Tabela 1), os quais foram inseridos no programa e analisados para dois e para três parâmetros. Foram selecionadas as dez melhores equações que melhor se ajustaram às curvas de viscosidades cinemáticas, individualmente e, analisou-se quantas curvas cada equação pode representar, ordenando-as (Tabela 2).

Também, através da planilha eletrônica Excel e de sua ferramenta Solver, ajustou-se as cinco curvas para as equações potencial, exponencial e a descrita pela norma ASTM D341 apud Nagala & Boufaida (2004) (Equação 1). As quais foram comparadas, juntamente com os dados de entrada e as equações de dois e três parâmetros que melhor se ajustaram às curvas de viscosidade cinemática. As correlações entre estas equações e os dados de entrada podem ser vistas nas Tabelas 3 e 4, por ordem de melhor ajuste.

### 3. Resultados

Na Tabela 2 estão listadas todas as equações que melhor ajustaram as curvas de viscosidades cinemáticas de cada líquido indicado. E na Tabela 5, é possível ver todas as equações sugeridas pelo LAB FIT. Nota-se, na Tabela 2, que a equação 107 representou bem os cinco líquidos, enquanto que as equações 85, 86 e 49 não representaram a gasolina melhor que as equações listadas da 1ª à 10ª posição. Contudo, obtiveram boas correlações quando ajustadas a esse líquido, para três parâmetros. Enquanto que para dois parâmetros, as equações 16, 26 e 23 conseguiram ser ajustadas somente para os líquidos menos viscosos, e quase nenhuma equação conseguiu um bom ajuste para os mais viscosos (indicados com um “x” na Tabela 2).

Tabela 2 - Ordem das equações sugeridas pelo LABFIT.

ordem	líquido:	gasolina		água		óleo s=0.855		óleo s=0.925		óleo combustível	
	parâmetros:	2p	3p	2p	3p	2p	3p	2p	3p	2	3p
1ª	número da equação (ver Tabela 5)	16	16	16	107	16	106	117	86	x	107
2ª		26	110	26	85	26	38	x	85	x	85
3ª		13	26	13	31	23	85	x	31	x	86
4ª		21	13	117	38	20	86	x	107	x	80
5ª		23	158	23	86	x	107	x	38	x	95
6ª		117	107	21	82	x	49	x	106	x	30
7ª		12	184	12	133	x	90	x	80	x	29
8ª		122	132	122	49	x	48	x	95	x	49
9ª		10	48	121	81	x	132	x	30	x	48
10ª		121	91	10	106	x	184	x	49	x	110

Legenda: número de líquidos representados, por parâmetro: 

1f	2f	3f	4f	5f
----	----	----	----	----

 curva não ajustada: x

As Tabelas 3 e 4, que correspondem à Figura 2, mostram as correlações obtidas utilizando a equação 107 (a única de três parâmetros), a equação 16, a equação 117, a equação da ASTM D341, e as equações potencial e exponencial, da planilha eletrônica Excel. Nota-se, na Tabela 3, que as equações 107 e 16 se ajustaram melhor que as outras para líquidos menos viscosos e que, na Tabela 4, as equações 107 e da ASTM se ajustaram melhor que as outras para líquidos mais viscosos, confirmando o que a norma ASTM D341 diz sobre sua equação: “ideal para ajustar líquidos com viscosidade absoluta maior que 2cP”.

Tabela 3 - Correlação entre os dados de entrada e as equações ajustadas.

equação	correlação	líquido menos viscoso - água		
		parâmetro A	parâmetro B	parâmetro C
Eq.107	0,999508	-2,014357E+00	3,502688E-05	1,170000E+00
Eq.16	0,997631	2,443299E-02	-6,153676E+00	-
ASTM D341	0,995694	1,196680E+01	5,101294E+00	-
Potencial	0,988347	1,724037E+14	-5,763930E+00	-
Exponencial	0,980507	2,029050E+02	-1,798110E-02	-

Tabela 4 – Correlação entre os dados de entrada e as equações ajustadas.

líquido mais viscoso - óleo s=0.925				
equação	correlação	parâmetro A	parâmetro B	parâmetro C
Eq.107	0,999978	-3,931535E-01	6,166701E-06	2,155427E+00
ASTM D341	0,999245	1,220527E+01	4,841972E+00	-
Eq.117	0,997694	3,482352E-07	7,208611E+03	-
Potencial	0,911499	1,367351E+25	-9,382914E+00	-
Exponencial	0,863927	1,564897E+05	-2,522625E-02	-

Tabela 5 – Equações sugeridas pelo LAB FIT.

Nº	Nome	Equação	Nº	Nome	Equação
10	Potência	$\nu = AT^B$	85	Bleasdale (Shifted Power)	$\nu = (A + BT)^C$
12	Potência da log.	$\nu = A(\ln T)^B$	86	Bleasdale mod.	$\nu = (A + B\sqrt{T})^C$
13	Exponencial modificada	$\nu = A \times 10^{\left(\frac{B}{T}\right)}$	90	Inv. Reta + Cte.	$\nu = \frac{1}{(AT + B) + C}$
16	Inverso da reta	$\nu = \frac{1}{AT + B}$	91	Inv. Hipérbole + Cte.	$\nu = \frac{T}{(A + BT) + C}$
20	Super geométrica	$\nu = AT^{BT}$	95	Pressão de vapor (Hoerl mod.)	$\nu = \exp\left(A + \frac{B}{T} + C \ln T\right)$
21	Geométrica modificada	$\nu = AT^{\left(\frac{B}{T}\right)}$	106	Gunary	$\nu = \frac{T}{(A + BT + C\sqrt{T})}$
23	Inverso da logarítmica	$\nu = \frac{1}{(A + B \ln T)}$	107	Inv. pot.	$\nu = \frac{1}{(A + BT^2)^C}$
26	Reta/parábola	$\nu = \frac{T}{(A + BT^2)}$	110	Log. mod. + cte.	$\nu = A \ln(T + B) + C$
29	Distribuição normal (Gausiana)	$\nu = A \exp\left(\frac{(T - B)^2}{C}\right)$	117	Hip. x exp. mod.	$\nu = \frac{A \exp\left(\frac{B}{T}\right)}{T}$
30	Log. normal	$\nu = A \exp\left(\frac{(\ln T - B)^2}{C}\right)$	121	Pot. x log.	$\nu = A(T^B) \times \ln(T)$
31	Distribuição de Cauchy	$\nu = \frac{1}{\left(\frac{A \times (T + B)^2}{C} + 1\right)}$	122	Pot. / log.	$\nu = \frac{A(T^B)}{\ln(T)}$
38	Inv. reta e hipérbole	$\nu = \frac{1}{\left(\frac{A \times (T + B)^2}{C} + 1\right)}$	132	Inv. log. cte.	$\nu = \frac{1}{(A + B \ln T) + C}$
48	Reta/reta	$\nu = \frac{(A + T)}{(B + CT^2)}$	133	Pot. de log.	$\nu = A(\ln(T + B))^C$
49	Reta/parábola	$\nu = \frac{(A + T)}{(B + CT^2)}$	158	Inv. log. + reta	$\nu = \frac{1}{(A + B \ln T) + CT}$
80	Gompertz	$\nu = A \exp(B \exp(CT))$	183	Nome indefinido	$\nu = AT^{\left(\frac{B}{T}\right)} + C \ln(T)$
81	Logístico	$\nu = \frac{A}{(1 + B \exp(CT))}$	184	Nome indefinido	$\nu = \frac{1}{(A + B \ln T) + C \ln(T)}$
82	Langmuir	$\nu = \frac{A}{(B + T^2)}$	-	-	-

Legenda:  $\nu$  [centiStokes];  $T$  [Kelvin]; A, B e C [parâmetros].

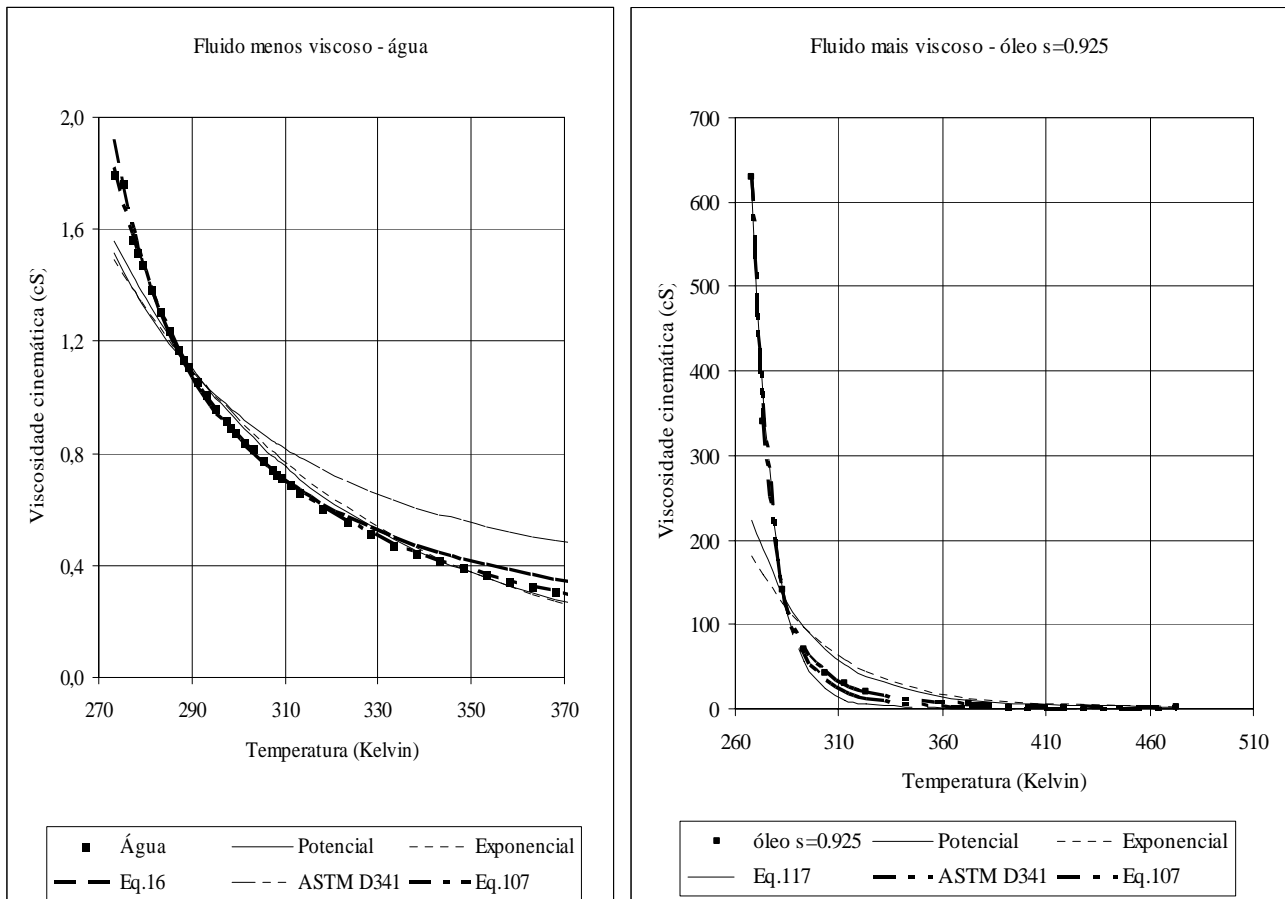


Figura 2 – Equações ajustadas para a água e para a gasolina  $s=0.680$ .

#### 4. Conclusões

A Equação 16, por ter dois parâmetros, um a menos que a Equação 107, e por ter sido ajustada tão bem quanto esta última, mostra-se mais adequada para modelos hidráulicos que simulam somente o escoamento da água. Já para a simulação de líquidos que possuam viscosidade absoluta acima de 2 cP, concordamos com a norma da ASTM D341, em utilizar sua equação. Enquanto que, para modelos que simulam líquidos mais genéricos, onde a viscosidade cobre toda a faixa mostrada na Figura 1, a Equação 107 se mostra mais adequada.

#### 5. Agradecimentos

Agradecemos ao amigo Marcell Manfrin Barbacena, pela valiosa ajuda. Este trabalho foi desenvolvido com recursos da PETROBRAS e da FINEP, através do Fundo Setorial do Petróleo (CT-PETRO). O projeto é apoiado também pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) através de bolsas de pesquisa.

#### 6. Referências

- KOIDE, S. Equações simplificadas para a utilização da formula universal de perda de carga em tubulações. *Engenharia Sanitária e Ambiental*. v. 3, n. 3 e 4, p. 92-96, 1998.
- MACINTYRE, J. A. *Bombas e Instalações de Bombeamento*. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2ª ed., 1997.
- NAGALA, D. W. & BOUFAIDA, M. *The importance of online viscosity measurement for leak detection and other simulation applications*. International Pipeline Conference, Calgary, Alberta, Canadá, 2004.
- PORTO, R. M. *Hidráulica Básica*, Ed. EESC-USP, São Paulo, 1998.
- SCHEY, H. M. *Div, grad, curl, and all that: an informal text on vector calculus*, 3ª ed., W. W. Norton & Co. Ed; 1996.
- SILVA, W. P. & SILVA, C. P. *Lab Fit ajuste de curvas v7.2.14c*, www.extensao.hpg.com.br
- STREETER, V. L. & WYLIE, E. B. *Mecânica dos Fluidos*, tradução de Celso S. Muniz e outros, McGrawHill do Brasil, São Paulo, 1980.